

SOLUZIONI 1, e 2.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA CAMPANIA Luigi Vanvitelli
 SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE
 Dipartimento di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
 Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Informatica

Prova scritta per il corso
**TRASMISSIONE ED ELABORAZIONE NUMERICA
 DEI SEGNALI (9 CFU); COMUNICAZIONI ELETTRICHE (6 CFU)**
 Prof. Francesco A. N. Palmieri
 martedì 2 Luglio 2019

1. Cinque segnali vocali $s_1(t), \dots, s_5(t)$ che hanno spettro di potenza nella banda 300 Hz - 4 KHz e potenza P_s sono affiancati e modulati in AM a partire dalla frequenza $f_0 = 50$ KHz e inviati su un canale non distortore dove si aggiunge un rumore piatto su tutta la banda impegnata avente potenza pari a un decimo di quella del segnale modulato. Si analizzi lo schema di modulazione e demodulazione e si valutino al meglio le prestazioni in termini di rapporto segnale/rumore in uscita al sistema.
2. Si discuta lo schema di modulazione a 3 simboli per i segnali $s_1(t) = \Pi\left(\frac{t-T/2}{T}\right)$; $s_2(t) = \Pi\left(\frac{t-T/4}{T/2}\right) - \Pi\left(\frac{t-3T/4}{T/2}\right)$; $s_3(t) = -s_1(t)$. Si discuta la struttura del ricevitore ottimo su canale AWGN e si valuti una espressione per le prestazioni.
3. Si mostri lo schema di codifica e decodifica con l'algoritmo Lempel-Ziv e con l'algoritmo di Huffman (sorgente di ordine 1 e 2) per la sequenza a tre simboli (a,b,c)

abcaababaaccaabaababbaabbaacbcacabacac

(le frequenze di occorrenza per l'algoritmo di Huffman possono essere stimate sulla stessa sequenza). Si commenti sulle differenze tra le due codifiche.

4. Si studi la catena di Markov avente la seguente matrice di transizione dello stato

$$P = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0.8 \\ 0.1 & 0.1 & 0.9 \\ 0.3 & 0.7 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

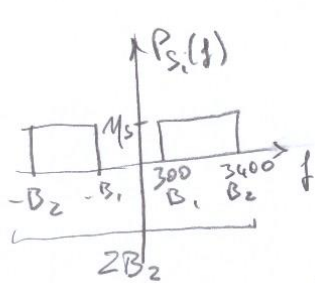
In particolare si studi: Diagramma di stato e trellis; Regolarità e distribuzione stazionaria. Si valuti inoltre il tasso entropico e lo si confronti con quello relativo ad una sequenza a simboli indipendenti aventi distribuzione uguale a quella stazionaria della catena.

5. Si progetti mediante il metodo della trasformazione bilineare un passa-basso con frequenza di taglio approssimativamente pari a 1100 Hz a frequenza di campionamento di 44000 Hz a partire da un prototipo analogico del I ordine. Si commenti su poli, zeri e risposta armonica ottenuti.
6. Discutere definizione, genesi e proprietà della trasformata discreta KLT.

Per gli studenti di Comunicazioni Elettriche solo domande 1-4.

① $S_1(t), S_2(t), \dots, S_5(t)$ segnali Voce.
 $[300, 3400]$ Hz. $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_s$

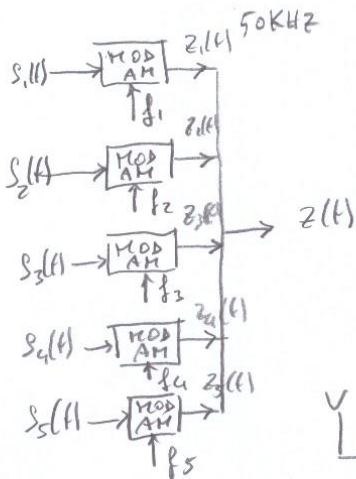
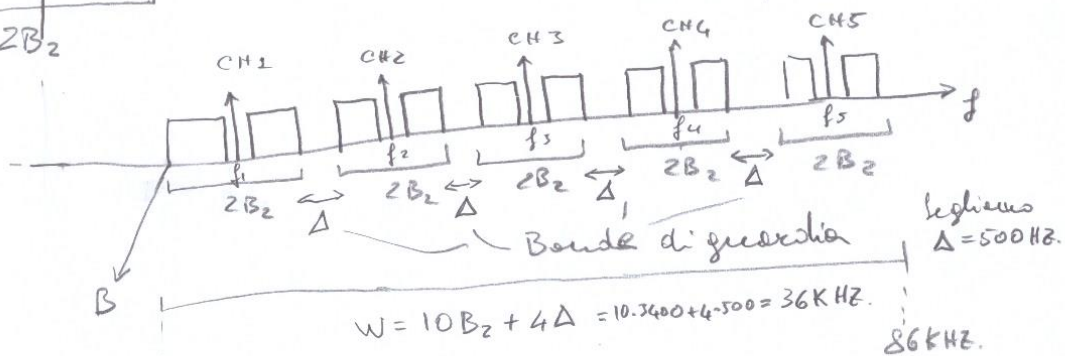
2.



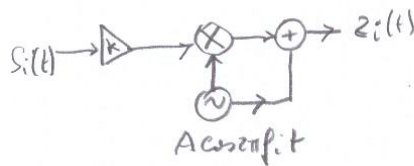
$$P_{s_i} = (B_2 - B_1) \eta_s 2 \Rightarrow \eta_s = \frac{P_s}{(B_2 - B_1) 2}$$

$B = 50$ KHz

Multiplex



MOD. AM
 $z_i(t) = A(1 + k_s S_i(t)) \cos 2\pi f_i t$



DEMODULATORE A SUPERETERODINA



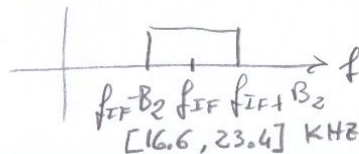
$$\left. \begin{aligned} f_1 &= B + B_2 = 53.4 \text{ KHz.} \\ f_2 &= B + 3B_2 + \Delta = 60.7 \\ f_3 &= B + 5B_2 + 2\Delta = 68.0 \\ f_4 &= B + 7B_2 + 3\Delta = 75.3 \\ f_5 &= B + 9B_2 + 4\Delta = 82.6 \end{aligned} \right\}$$

frequenza variabile $f_s = f_i - f_{IF}$

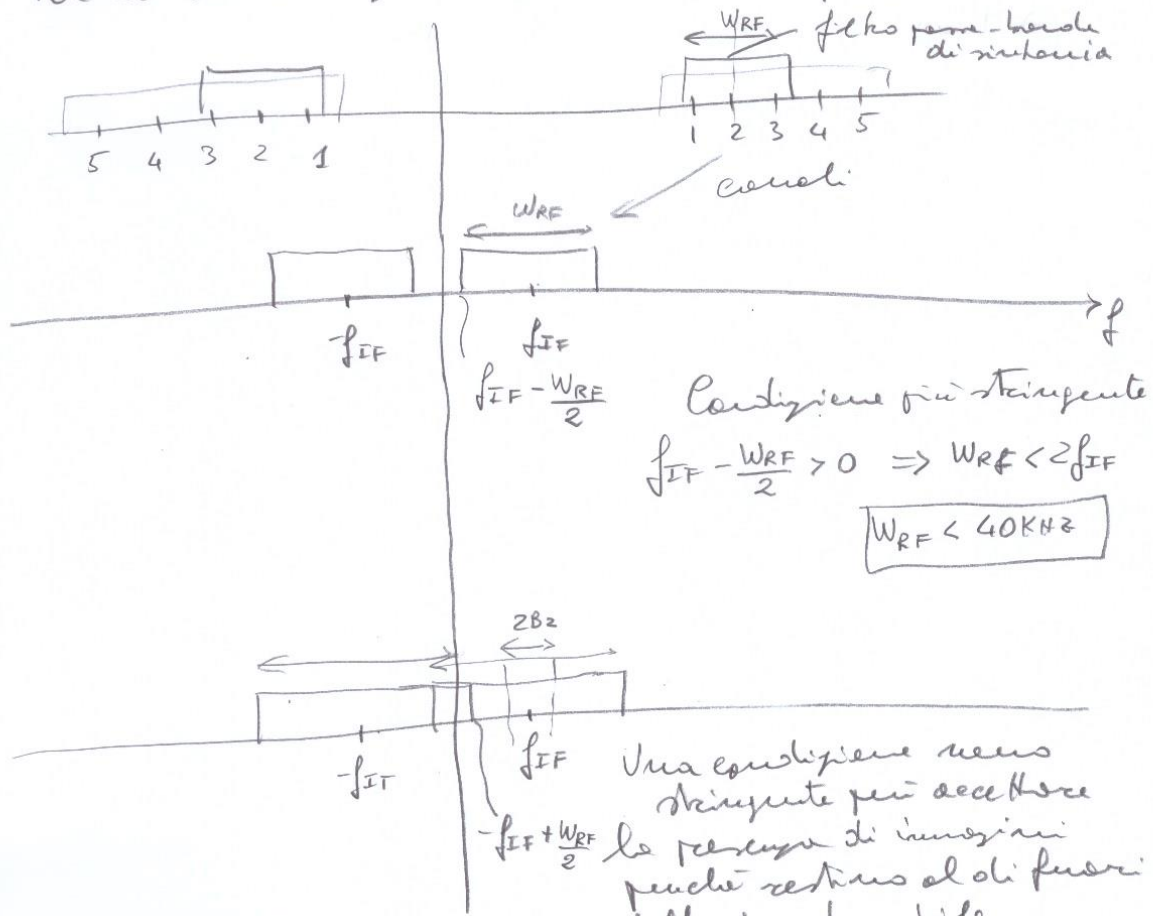
Scegliamo per esempio

$$f_{IF} = 20 \text{ KHz.}$$

Il passabanda 2 è semplicemente



Per la determinazione della banda del filtro 3.



$$-f_{IF} + \frac{W_{RF}}{2} < f_{IF} - B_2$$

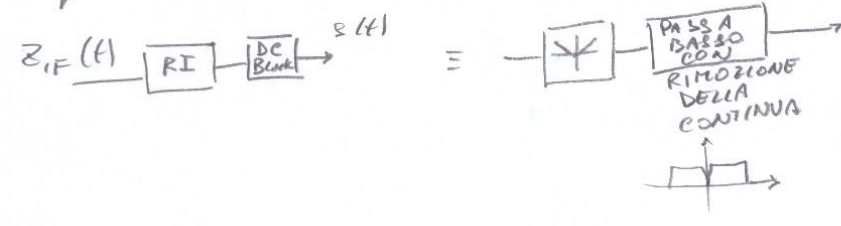
$$\frac{W_{RF}}{2} < 2f_{IF} - B_2$$

(Si noti che il caso peggiore si verifica quando la risonanza è nel canale 5)

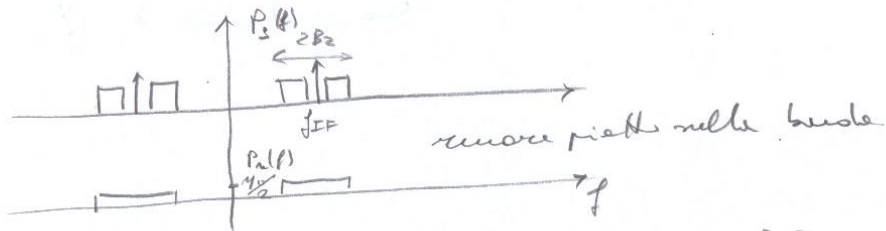
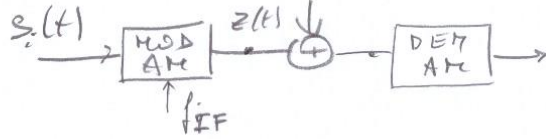
$$W_{RF} < 4f_{IF} - 2B_2 = 80'000 - 6800 = 73.200$$

$$W_{RF} < 73.2 \text{ KHz}$$

Il demodulatore AM più economico è realizzato con un semplice rivelatore di inviluppo



Per l'analisi del rumore potremo assumere che lo
 per ogni canale il sistema equivalente sia a
 frequenza intermedia $\omega(t)$



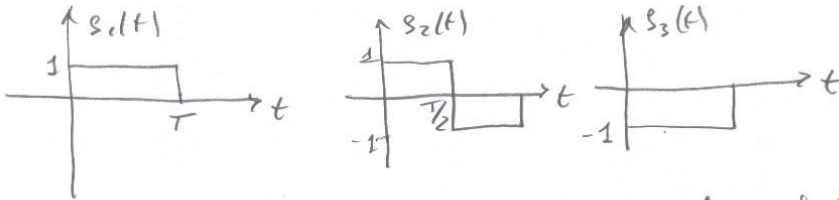
$$\left(\frac{S}{N}\right)_{in} = \frac{A^2}{2} \frac{1+k^2 P_s}{\gamma_0 B_2} \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \frac{A^2 k^2 P_s}{2\gamma_0 B_2}$$

Averendo assunto $\left(\frac{S}{N}\right)_{in}$ elevato e quasi costante
 per il dem. di inviluppo equivalente al demod. lineare.

(2)

$$s_1(t) = \pi \left(\frac{t - T/2}{T} \right); \quad s_2(t) = \pi \left(\frac{t - T/4}{T/2} \right) - \pi \left(\frac{t - 3T/4}{T/2} \right) \quad S_0$$

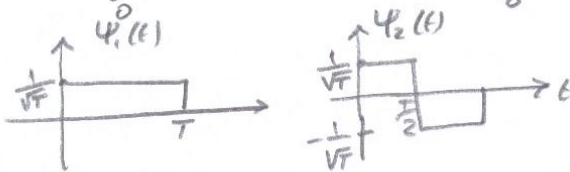
$$s_3(t) = -s_1(t)$$



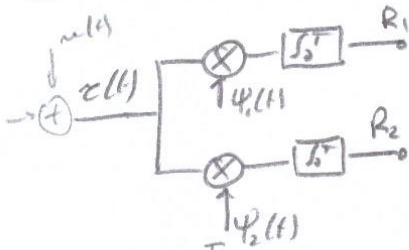
I segnali $s_1(t)$ e $s_2(t)$ non ortogonali e $s_3(t)$ è collineare a $s_1(t)$. Quindi le loro proiezioni

$$\psi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_{s_1}}} \quad \psi_2(t) = \frac{s_2(t)}{\sqrt{E_{s_2}}}$$

$$E_{s_1} = \int_0^T s_1^2(t) dt = T \quad E_{s_2} = \int_0^T s_2^2(t) dt = T \quad E_{s_1} = E_{s_2} = E$$



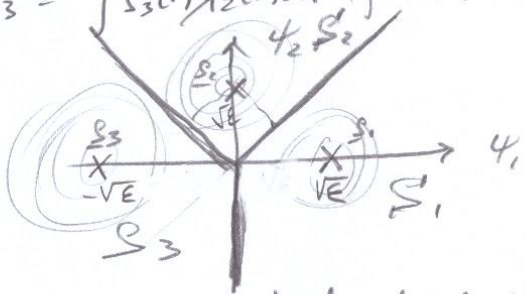
Il ricevitore per canale AWGN può essere costruito con due correlatori



$$\left\{ \begin{aligned} R_1/a_1 &= \int_0^T (s_1(t) + n(t)) \psi_1(t) dt = \int_0^T s_1(t) \psi_1(t) dt + \int_0^T n(t) \psi_1(t) dt \\ &= \int_0^T \frac{s_1(t) s_1(t)}{\sqrt{E}} dt + N_1 = \sqrt{E} + N_1 \\ R_2/a_1 &= \int_0^T (s_1(t) + n(t)) \psi_2(t) dt = \int_0^T s_1(t) \psi_2(t) dt + N_2 = N_2 \end{aligned} \right.$$

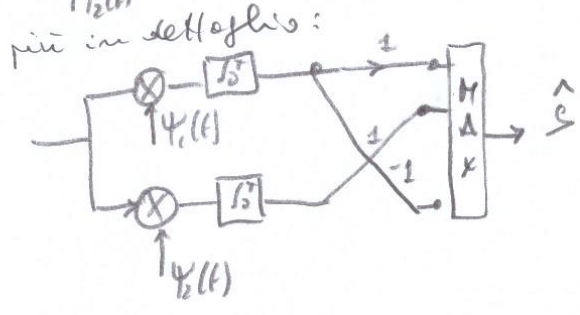
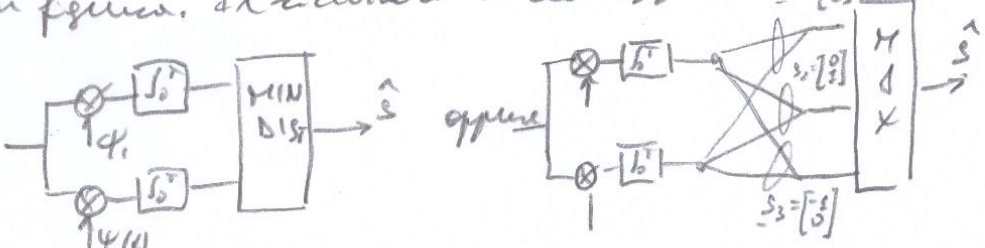
$$\left. \begin{aligned} R_1 | a_2 &= \int_0^T s_2(t) \psi_1(t) dt + \int_0^T n(t) \psi_1(t) dt = N_1 \\ R_2 | a_2 &= \int_0^T s_2(t) \psi_2(t) dt + \int_0^T n(t) \psi_2(t) dt = \sqrt{E} + N_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 | a_3 &= \int_0^T s_3(t) \psi_2(t) dt + \int_0^T n(t) \psi_1(t) dt = -\sqrt{E} + N_1 \\ R_2 | a_3 &= \int_0^T s_3(t) \psi_2(t) dt + \int_0^T n(t) \psi_2(t) dt = N_2 \end{aligned} \right\}$$



Assumendo i simboli di sorgente equiprobabili, oppure ricevitore ML, la decisione ottima è a minima distanza poiché $f_R(x|a_i) = N(x; s_i, \frac{\gamma_0}{2} I_2)$


Nelle ipotesi dei segnali le correlazioni di varianza è determinata dalle 3 rette di operazione indicate in figura. Il ricevitore è realizzato $s_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$



$$P(e) = 1 - P(c) = 1 - \sum_{i=1}^3 p(c|a_i) \pi_i$$

$$\begin{aligned}
 P(c|a_1) &= \int_{S'_1} \int_R (z|a_1) dz = \int_{S'_1} N(\underline{z}; \underline{s}_1, \frac{\gamma_0}{2} I_2) d\underline{z} \\
 &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{r_1} \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma_0}} \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma_0}} e^{-\frac{(r_1 - \sqrt{E})^2}{\gamma_0}} e^{-\frac{r_2^2}{\gamma_0}} dr_2 dr_1 \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma_0}} e^{-\frac{(r_1 - \sqrt{E})^2}{\gamma_0}} \left(\int_{-\infty}^{r_1} \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma_0}} e^{-\frac{r_2^2}{\gamma_0}} dz_2 \right) dr_1 \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma_0}} e^{-\frac{(r_1 - \sqrt{E})^2}{\gamma_0}} \left(1 - Q\left(\frac{r_1}{\sqrt{\gamma_0/2}}\right) \right) dr_1
 \end{aligned}$$

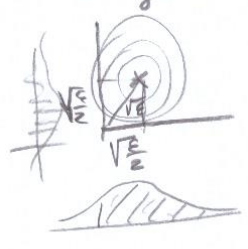
(integrale risolvibile per vie numerica)



$$P(c|a_2) = \int_{S'_2} \int_R (z|a_2) dz = \int_{S'_2} N(\underline{z}; \underline{s}_2, \frac{\gamma_0}{2} I_2) d\underline{z}$$

Dalla figura si vede che si tratta di una gaussiana integrata su un quadrante
 Anzi

$$P(c|a_2) = \left(1 - Q\left(\frac{\sqrt{E/2}}{\sqrt{\gamma_0/2}}\right) \right)^2$$



$P(c|a_3) = P(c|a_2)$ per simmetria.