SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI
FACOLTA' DI INGEGNERIA

TEORIA DEI SEGNALI/TELECOMUNICAZIONI 2
Proff. F. Palmieri
Esame scritto
14 giugno 2011

SOLUZIONI

1. Si consideri il seguente segnale

$$x(t) = \Pi\left(\frac{t}{4T}\right) - \Pi\left(\frac{t}{2T}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t}{T}\right), \qquad T = 2. \tag{1}$$

(a) Schizzare il segnale;
(b) Calcolare energia e potenza;
(c) Valutare la trasformata di Fourier e schizzarne l'andamento approssimativo;
(d) Considerare la sequenza $x[n]$ risultato del campionamento ideale di $x(t)$ a frequenza di campionamento $f_c = 1$ e valutarne la Trasformata di Fourier (si assuma che l'impulso rettangolare sia continuo a destra sulle discontinuitá).
(e) Valutare il risultato della convoluzione lineare di $x[n]$ con la sequenza $h[n] = \frac{1}{2}(\delta[n] - \delta[n-1])$ (si consiglia il metodo grafico).

2. Si consideri il processo aleatorio

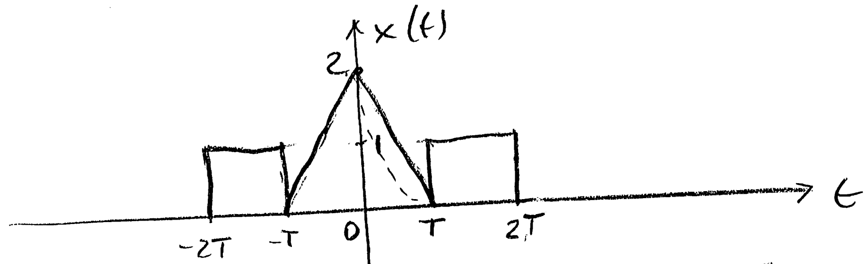
$$X(t) = B - S(t)\cos(2\pi f_0(t + t_0)), \tag{2}$$

dove B é una variabile aleatoria e $S(t)$ é un processo aleatorio stazionario indipendente da B. Il ritardo t_0 é una costante.
Studiare stazionarietá, autocorrelazione e spettro di potenza di $X(t)$ per variabile B distribuita secondo la pdf $f_B(b) = N(b; 0, \sigma_B^2)$, e $S(t)$ processo gaussiano stazionario in senso lato a media nulla con spettro di potenza piatto e unitario nella banda $[-B, -b]U[b, B]$ (la frequenza f_0 sia molto maggiore di B).

①

$$x(t) = \Pi\left(\frac{t}{4T}\right) - \Pi\left(\frac{t}{2T}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \qquad T=2$$

(a)



(b)

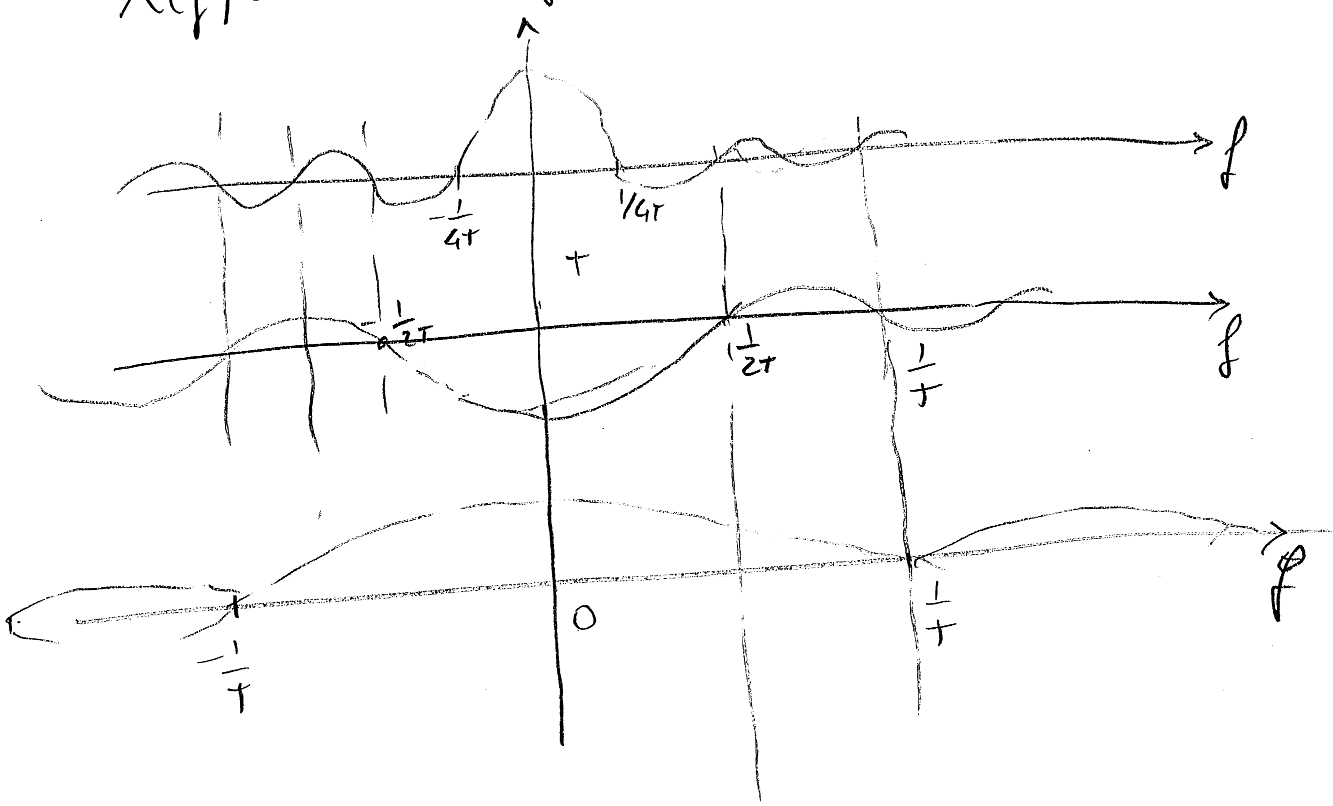
$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt = 2\left[\int_0^T 4\Lambda^2\left(\frac{t}{T}\right)dt + \int_T^{2T} 1^2\,dt\right]$$

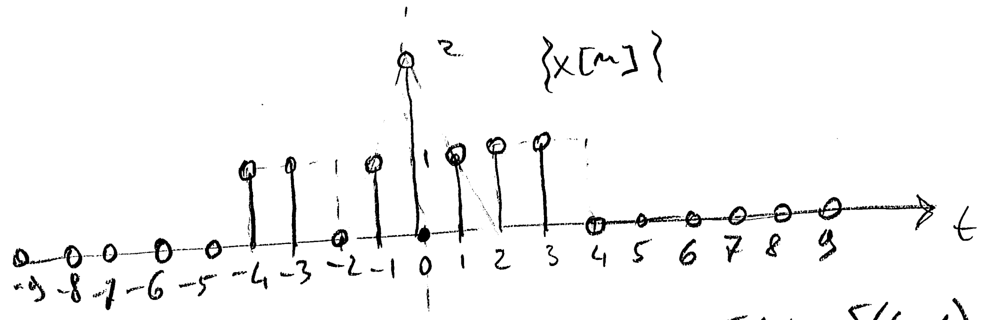
$$= 2\left[4\,\frac{T}{3} + T\right] = \frac{8}{3}T + 2T = \frac{16}{3} + 4 = \frac{16+12}{3} = \frac{28}{3}$$

$P_x = 0$ (segnale di energia)

(c)

$$X(f) = 4T\,\mathrm{sinc}\,4Tf - 2T\,\mathrm{sinc}\,2Tf + 2T\,\mathrm{sinc}^2 Tf$$





$$x_\delta(t) = \delta(t+4)+\delta(t+3)+\delta(t+1)+2\delta(t)+\delta(t-1)+\delta(t-2)+\delta(t-3)$$

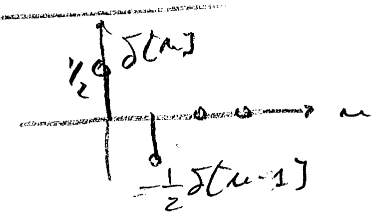
$$X_\delta(f) = 2+\left(e^{j2\pi f}+e^{-j2\pi f}\right)+\left(e^{j2\pi 3f}+e^{-j2\pi 3f}\right)+e^{j2\pi f4}+e^{-j2\pi 2f}$$

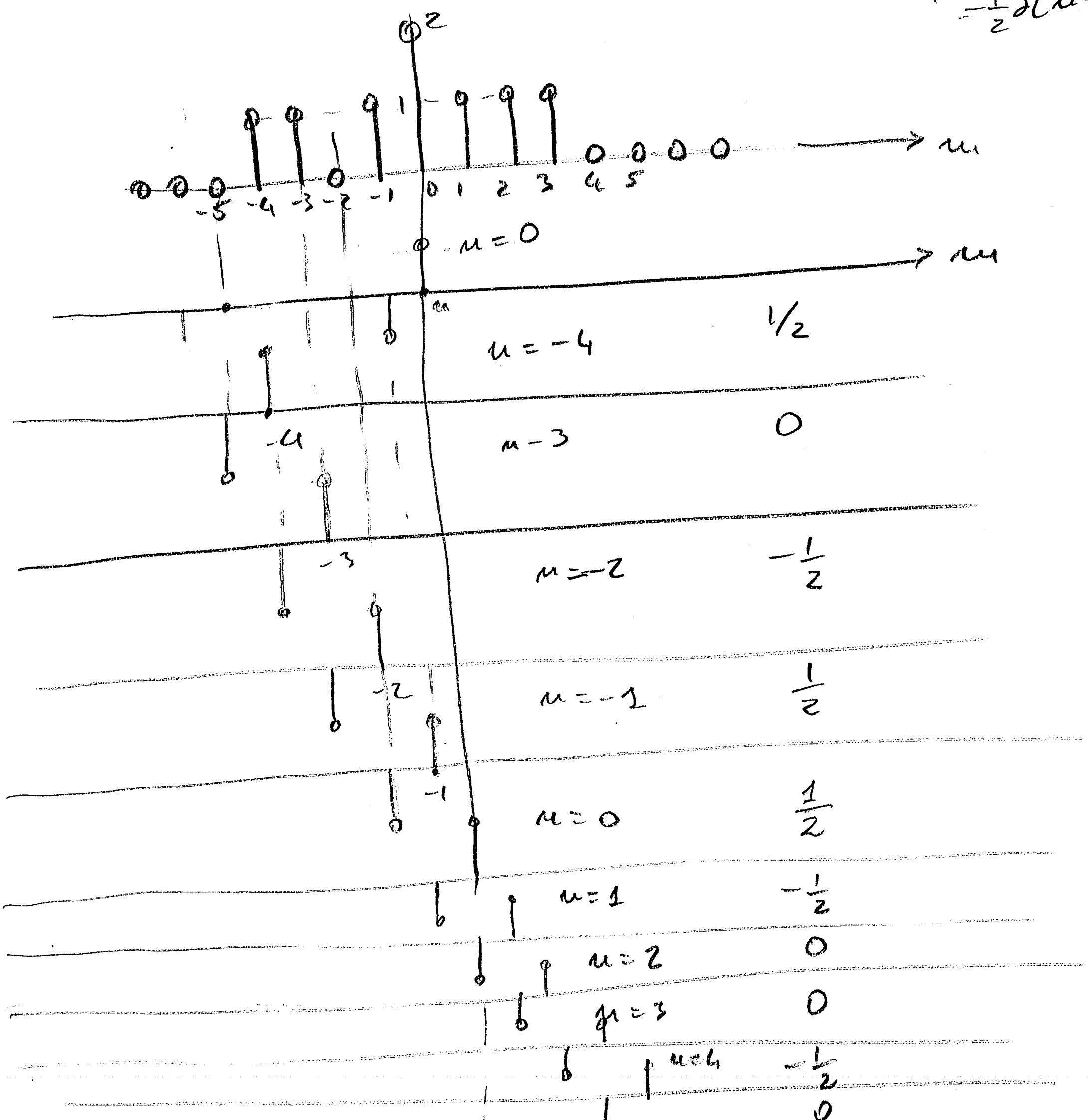
$$= 2+2\cos 2\pi f+2\cos 6\pi f+e^{j2\pi f4}+e^{-j2\pi 2f}$$

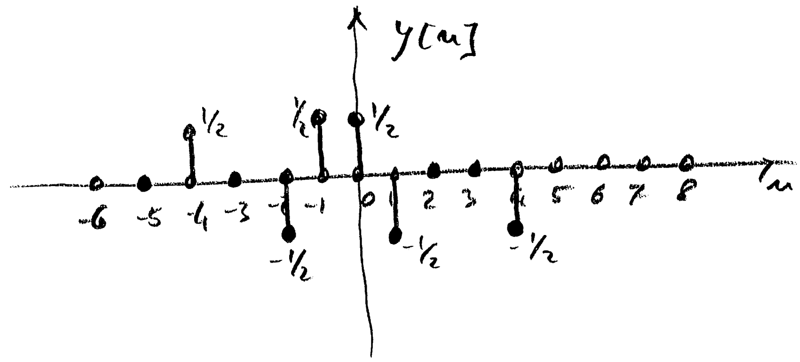
oppure

$$X_\delta(f) = \frac{1}{T_c}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} X\left(f-\frac{k}{T_c}\right)$$

(e) $y[n] = x[n] * \frac{1}{2}\left(\delta[n]-\delta[n-1]\right)$







---

② $X(t) = B - S(t)\cos 2\pi f_0(t+t_0)$ $\qquad$ t_0 costante

$$E[X(t)] = \underbrace{E[B]}_{0} - \underbrace{E[S(t)]}_{0}\cos 2\pi f_0(t+t_0) = 0$$

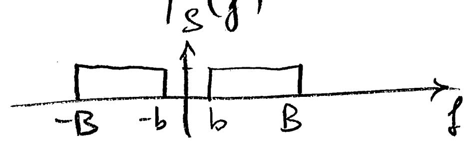
$$R_x(t,\tau) = E[X(t)X(t-\tau)] = E[(B - S(t)\cos 2\pi f_0(t+t_0))$$
$$(B - S(t-\tau)\cos 2\pi f_0(t-\tau+t_0))]$$
$$= E[B^2] + \cancel{E[BS(t-\tau)]}\cos 2\pi f(t-\tau+t_0) \qquad = \underbrace{E[B]}_{0}\underbrace{E[S(t-\tau)]}_{0} = 0$$
$$- \cancel{E[S(t)B]}\cos 2\pi f(t+t_0)$$
$$+ \underbrace{E[S(t)S(t-\tau)]}_{R_S(\tau)}\cos 2\pi f_0(t+t_0)\cos 2\pi f_0(t-\tau+t_0)$$

$$= \sigma_B^2 + \frac{R_S(\tau)}{2}\cos 2\pi f_0\tau + \frac{R_S(\tau)}{2}\underbrace{\cos 2\pi f_0(2t-\tau+t_0)}$$

dipende da t ciclicamente

$\Rightarrow$ processo ciclostazionario con periodo $\frac{1}{2f_0}$

$$\overline{R_x(\tau)} = 2f_0\int_{-\frac{1}{4f_0}}^{\frac{1}{4f_0}} R_x(t;\tau)\,dt$$



$$= \sigma_B^2 + \frac{R_S(\tau)}{2}\cos 2\pi f_0\tau$$

$$\overline{P_x(f)} = \sigma_B^2\delta(f) + \frac{P_S(f-f_0)}{4} + \frac{P_S(f+f_0)}{4}$$

$$R_s(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\left[P_s(f)\right] = 2B \,\mathrm{sinc}^2 2B\tau - 2b\,\mathrm{sinc}^2 2b\tau$$