Tds. 19092011.1

SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI
FACOLTA' DI INGEGNERIA

TEORIA DEI SEGNALI/TELECOMUNICAZIONI 2
Prof. F. Palmieri
Esame scritto
19 settembre 2011

SOLUZIONI

1. Si consideri il seguente segnale

$$x(t) = \left[1 + 2\Lambda\left(\frac{t-5}{2}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t+5}{2}\right)\right]\Pi\left(\frac{t}{16}\right) \qquad (1)$$

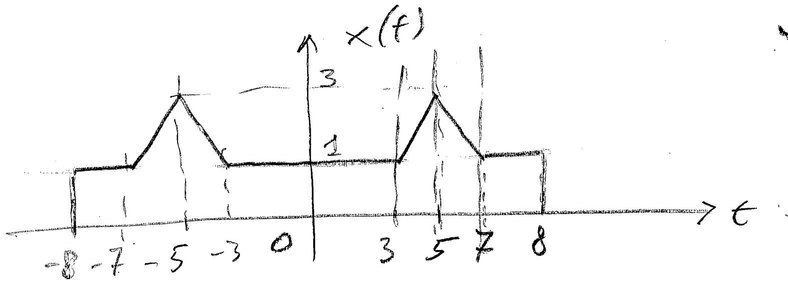
(a) Schizzare il segnale;
(b) Calcolare energia e potenza;
(c) Valutare la trasformata di Fourier e schizzarne l'andamento approssimativo;
(d) Considerare la sequenza $x[n]$ risultato del campionamento ideale di $x(t)$ a frequenza di campionamento $f_c = 1$ e valutarne la Trasformata di Fourier (si assuma che l'impulso rettangolare sia continuo a destra sulle discontinuitá).
(e) Valutare il risultato della convoluzione lineare di $x[n]$ con la sequenza $h[n] = \frac{1}{2}(\delta[n] + \delta[n-1])$ (si consiglia il metodo grafico).

2. Si consideri il processo aleatorio

$$X(t) = AS(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta) + b, \qquad (2)$$

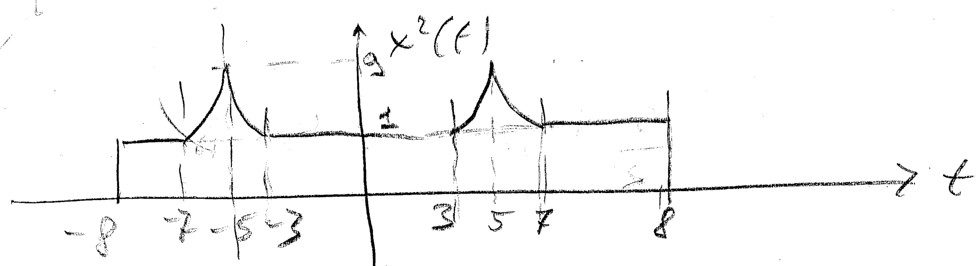
dove b é una costante, $S(t)$ é un processo aleatorio gaussiano a media nulla e avente spettro di potenza pari a $P_s(f) = \Lambda\left(\frac{f}{B}\right)$. La variabile θ é una variabile aleatoria indipendente da $S(t)$ e uniforme in $[-\pi, \pi]$. Studiare stazionarietá, autocorrelazione e spettro di potenza per $X(t)$.

1



$$X(t) = \left(1 + 2\Lambda\left(\frac{t-5}{2}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t+5}{2}\right)\right)\Pi\left(\frac{t}{16}\right)$$

$$= \Pi\left(\frac{t}{16}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t-5}{2}\right) + 2\Lambda\left(\frac{t+5}{2}\right)$$



$$\mathcal{E} = \int_{-8}^{-7} dt + \int_{-3}^{3} dt + \int_{7}^{8} dt + 4\int_{5}^{7} x^2(t)\, dt \quad \text{(corr.)}$$

→ dalla formula memorizzata

$$= 1 + 6 + 1 + 4\left(2^2 \cdot \frac{2}{3} + 3 \cdot 2 \cdot 1\right) = 8 + 4\left(\frac{8}{3} + 6\right)$$

$$= 8 + 4\,\frac{8+18}{3} = 8 + \frac{104}{3} = \frac{24+104}{3} = \frac{128}{3}$$

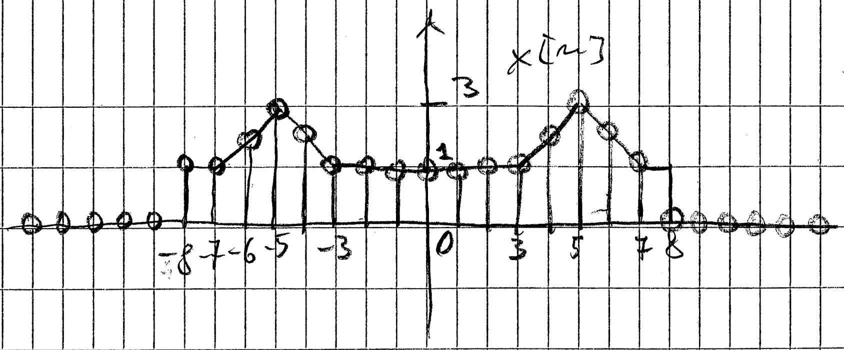
$P = 0$ (segnale di energia)

$$X(f) = 16\,\text{sinc}\,16f + 2\left(2\,\text{sinc}^2 2f\, e^{-j2\pi f 5} + 2\,\text{sinc}^2 2f\, e^{+j2\pi f 5}\right)$$

$$= 16\,\text{sinc}\,16f + 8\,\text{sinc}^2 2f \cos 10\pi f$$

Vols.1909 2011.3

(d)



La trasf. di Fourier è semplicemente (dalla teoria)

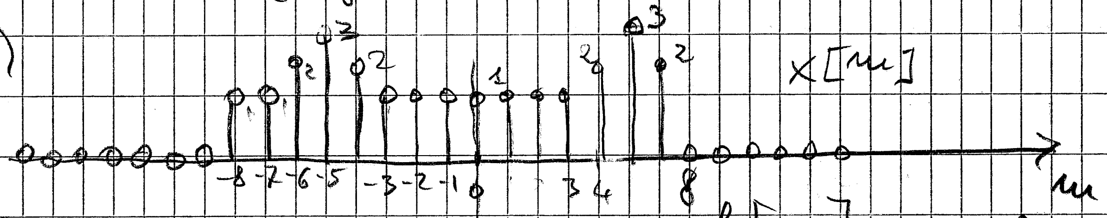
$$X(\nu) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} X\left(\frac{\nu-n}{T}\right)$$

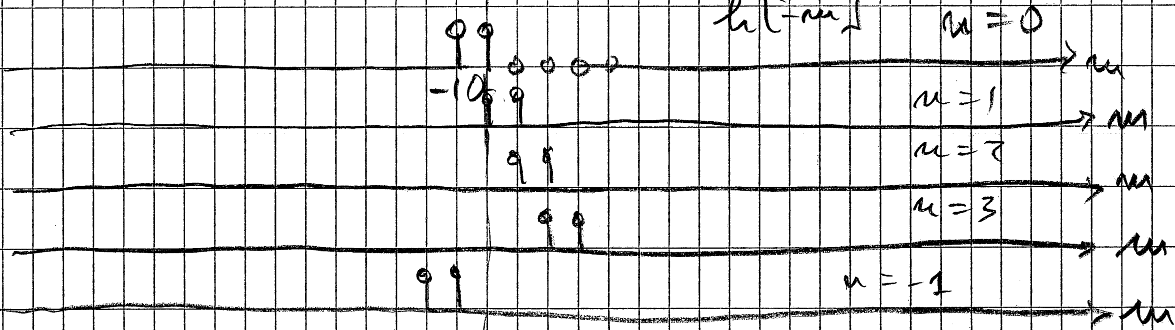
$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(16\,\mathrm{sinc}\,16\left(\frac{\nu-n}{T}\right)+8\,\mathrm{sinc}^2 2\left(\frac{\nu-n}{T}\right)\cos 10\pi\left(\frac{\nu-n}{T}\right)\right)$$

Questo è ovviamente uguale a

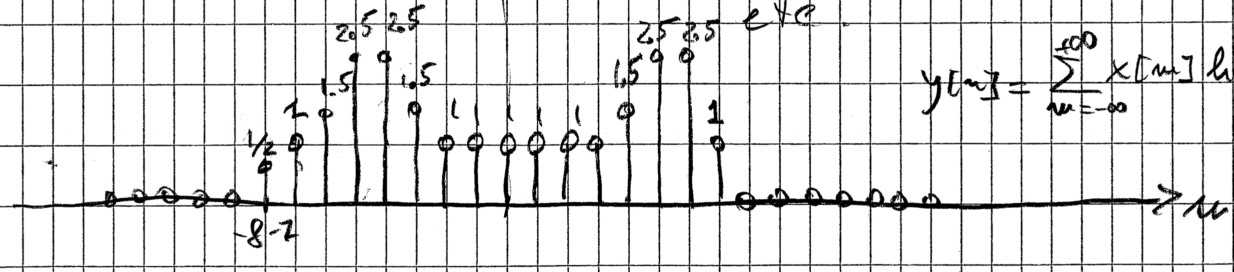
$$X(\nu)=\sum_{n=-8}^{8} x[n]\, e^{-j2\pi\nu n}$$

(e)





etc.



$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[m]\, h[n-m]$$

$$X(t) = A\,s(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta) + b$$

$s(t)$ p.a. stazionario in senso lato, gaussiano a media nulla e spettro di potenza

$P_s(f) = \Delta\left(\frac{f}{B}\right)$, $\theta \propto U(0, 2\pi)$

$$R_x(t,\tau) = E[X(t)X(t-\tau)]$$

$$= E\left[\left(A\,s(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta) + b\right)\left(A\,s(t-\tau)\cos(2\pi f_0(t-\tau)+\theta) + b\right)\right]$$

$$= E\left[A^2 s(t)s(t-\tau)\cos(2\pi f_0 t + \theta)\cos(2\pi f_0(t-\tau)+\theta)\right]$$

$$+\ b^2$$

$$+\ bA\,E\left[s(t-\tau)\cos(2\pi f_0(t-\tau)+\theta)\right]$$

$$+\ bA\,E[s(t)\cos(2\pi f_0 t + \theta)]$$

$$= A^2 E[s(t)s(t-\tau)]\,E\left[\cos(2\pi f_0 t + \theta)\cos(2\pi f_0(t-\tau)+\theta)\right]$$

$$+\ b^2$$

$$+\ bA\,\cancel{E[s(t-\tau)]}^{\,0}\,E[\cos(2\pi f_0(t-\tau)+\theta)]$$

$$+\ bA\,\cancel{E[s(t)]}^{\,0}\,E[\cos(2\pi f_0 t + \theta)]$$

$$= \frac{A^2}{2} R_s(\tau)\,E[\cos(2\pi f_0(2t-\tau)+2\theta)]$$

$$+\ \frac{A^2}{2} R_s(\tau)\cos 2\pi f_0 \tau$$

$$+\ b^2$$

tdo.19092011.5

$$E[\cos(2\pi f_0(2t-\tau)+2\theta)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(2\pi f_0(2t-\tau)+2\theta)\,d\theta = 0$$

Processo stazionario in senso lato.

$$R_x(\tau) = b^2 + \frac{A^2}{2} R_s(\tau)\cos 2\pi f_0 \tau$$

$$P_x(f) = b^2\delta(f) + \frac{A^2}{4} P_s(f-f_0) + \frac{A^2}{4} P_s(f+f_0)$$