

1. *A* sfida *B* a duello. Le regole prevedono che i duellanti sparino, alternandosi, un colpo di pistola per volta; vince il primo che colpisce l'avversario; lo sfidato spara per primo. I duellanti si trovano a distanza non ravvicinata.
 - (a) Lo sfidante (*A*) è un bravo pistolero: colpisce un bersaglio con un singolo colpo con probabilità $3/4$. Lo sfidato (*B*) è invece meno esperto: colpire un bersaglio con un singolo colpo con probabilità $1/3$. Calcolare chi dei due ha maggiore probabilità di vincere.
 - (b) Il duello viene rinviato di una settimana per maltempo e i duellanti decidono di esercitarsi. Entrambi migliorano, passando ad una probabilità di colpire il bersaglio di $4/5$ per *A* e di $1/2$ per *B*. Calcolare chi dei due ha maggiore probabilità di vincere.
2. Si consideri la variabile aleatoria X Laplaciana di parametro $\alpha = 2$. Caratterizzare la variabile aleatoria $Y = g(X)$, dove

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x < 1 \\ 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

3. Si considerino due sorgenti discrete senza memoria \mathcal{S}_1 ed \mathcal{S}_2 , entrambe con alfabeto di cardinalità 7. La prima ha simboli equiprobabili, la seconda ha distribuzione di probabilità $\Pi_2 = \{\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}\}$. Stabilire per ognuna delle due sorgenti quale tra i tre seguenti codici binari è quello più adatto.
 $\mathcal{C}_1 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110\};$
 $\mathcal{C}_2 = \{00, 01, 10, 11, 010, 011, 100\};$
 $\mathcal{C}_3 = \{00, 01, 10, 1100, 1101, 1110, 1111\}.$
4. Si consideri il lancio di un dado con facce numerate da 1 a 6, non truccato. Si denoti con X il risultato della faccia superiore e con Y il risultato della faccia laterale che guarda verso il lanciatore. Calcolare la mutua informazione tra X ed Y . Si noti che in un dado la somma delle facce opposte è sempre pari a 7.

