

1. A , B , e C sono 3 prigionieri condannati a morte. Uno dei 3 verrà graziato, mediante sorteggio, ma i prigionieri conosceranno il proprio destino solo al momento dell'esecuzione. Un' ora prima dell'esecuzione, il prigioniero A chiede alla guardia G di comunicargli il nome di uno tra B e C che verrà condannato. La guardia G decide di rispondere in quanto ritiene che tale informazione non è direttamente collegata al destino di A stesso: (i) nel caso in cui sia sorteggiato B può rispondere C , (ii) nel caso in cui sia sorteggiato C può rispondere B , (iii) nel caso in cui sia sorteggiato A può rispondere, a sorte, B o C . La guardia G risponde alla domanda di A dicendo che B verrà condannato.

(a) la risposta di G cambia l'informazione che A possiede per il proprio destino ?

(b) in conseguenza della risposta di G , per A risulterebbe conveniente scambiare esito con C ?

Motivare quantitativamente le risposte. Si noti che l'evento {"La guardia G risponde alla domanda di A dicendo che B verrà condannato"} è diverso dall'evento {" B verrà condannato"}.

2. Si consideri la variabile aleatoria continua uniforme $X \sim \mathcal{U}(-1, 2)$. Calcolare l'espressione analitica della pdf della variabile aleatoria $Y = X^2$, e disegnare il grafico corrispondente.
3. Si consideri una sorgente discreta senza memoria \mathcal{S} con alfabeto di cardinalità 6 e caratterizzata dalla distribuzione di probabilità $\Pi = \{\frac{1}{21}, \frac{2}{21}, \frac{3}{21}, \frac{4}{21}, \frac{5}{21}, \frac{6}{21}\}$. Costruire 2 codici di Huffman, uno binario ed uno ternario, per la sorgente \mathcal{S} e calcolare la lunghezza media di ciascuno.
4. Si consideri un sacchetto contenente 5 palline rosse e 5 palline blu, e la variabile aleatoria associata al risultato di 2 estrazioni. In quale dei seguenti casi la variabile aleatoria ha una maggiore entropia:
- (a) estrazioni con rimpiazzo;
- (b) estrazioni senza rimpiazzo.

Motivare quantitativamente la risposta.