SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI
FACOLTA' DI INGEGNERIA

TELECOMUNICAZIONI 1
Prof. F. Palmieri
Esame scritto
1 aprile 2005

(SOLUZIONI)

1. (25 pt) Si consideri il lancio di due dadi truccati con spazi campione $\mathcal{S}_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\mathcal{S}_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e distribuzioni

$$\Pi_1 = \{0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.3, 0.3\}, \quad \Pi_2 = \{0.1, 0.1, 0.1, 0.2, 0.4, 0.1\}. \qquad (1)$$

(a) Calcolare la probabilità che si ottengano due sei;

(b)Calcolare la probabilità che si ottenga una somma pari almeno a 10.

2. (25 pt) Una fabbrica produce telefonini che nell'1 % sono difettosi. Calcolare

la probabilità che in 5 telefonini acquistati ce ne siano al più due difettosi.

3. (25 pt) Data la sorgente $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ con distribuzione di probabilità $\Pi = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.1, 0.3\}$ e intervallo di simbolo pari a 2 μsec. Si considerino inoltre i tre alfabeti di codice: $\mathcal{B}_1 = \{0, 11, 10, 011, 1110\}$; $\mathcal{B}_2 = \{0, 01, 001, 0001, 00001\}$; $\mathcal{B}_3 = \{0, 10, 11, 101, 1001\}$.

(a) Valutare il tasso binario e la velocità d'informazione della sorgente;

(b) Determinare per ogni codice se esso è univocamente decodificabile e spiegare perché;

(c) valutare l'efficienza dei codici univocamente decodificabili;

(d) proporre un codice più efficiente.

4. (25 pt) Si valuti la cascata di un canale BSC e un canale con cancellazione, aventi entrambi probabilità di errore $p = 0.1$, e di cancellazione (il secondo) $p_c = 0.02$.

(a) Valutare il canale equivalente;

(b) Se all'uscita si osserva una stringa di 10 bit e i simboli all'ingresso sono equiprobabili, si valuti la probabiltà che nel pacchetto non vi sia alcun bit cancellato.

1

$$S_1 = \{1,2,3,4,5,6\} \qquad S_2 = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$\pi_1 = \{0.1,0.1,0.1,0.1,0.3,0.3\} \quad \pi_2 = \{0.1,0.1,0.1,0.2,0.4,0.1\}$$

(a) $P_r\{s_1 = 6,\ s_2 = 6\} = P_r\{s_1=6\} \cdot P_r\{s_2 = 6\} = 0.3 \cdot 0.1 = 0.03$

(b) $P_r\{s_1 + s_2 \geq 10\} = P_r\{\{s_1 = 4,\ s_2 = 6\} \cup \{s_1 = 6,\ s_2 = 4\} \cup$

$\cup \{s_1 = 5,\ s_2 = 5\} \cup \{s_1 = 5,\ s_2 = 6\} \cup \{s_1 = 6,\ s_2 = 5\}$

$\cup \{s_1 = 6,\ s_2 = 6\}\}$

$= P_r\{s_1 = 4\} \cdot P_r\{s_2 = 6\} + P_r\{s_1 = 6\} P_r\{s_2 = 4\} + P_r\{s_1 = 5\} P_r\{s_2 = 5\}$

$+ P_r\{s_1 = 5\} P_r\{s_2 = 6\} + P_r\{s_1 = 6\} P_r\{s_2 = 5\} + P_r\{s_1 = 6\} P_r\{s_2 = 6\}$

$= 0.1 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.4$

$+ 0.3 \cdot 0.1 = 0.37$

2

p = Prob. telefonino difettoso $= 0.01$

Pr{ su 5 telefonini ce ne sono al più 2 difettosi }

= Pr{ # di successi ≤ 2 su 5 prove }

$$= \binom{n}{0} p^0 (1-p)^n + \binom{n}{1} p (1-p)^{n-1} + \binom{n}{2} p^2 (1-p)^{n-2}$$

$$= \binom{5}{0} (1-p)^5 + \binom{5}{1} p (1-p)^4 + \binom{5}{2} p^2 (1-p)^3$$

$$= \frac{5!}{(5-0)!\,0!} (1-p)^5 + \frac{5!}{1!\,4!} p (1-p)^4 + \frac{5!}{2!\,3!} p^2 (1-p)^3$$

$$= (1-p)^5 + 5p(1-p)^4 + \frac{5 \cdot \cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} p^2 (1-p)^3$$

$$= (0.99)^5 + 5(0.01)(0.99)^4 + 10(0.01)^2(0.99)^3$$

$$= 0.9520$$

③

$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$

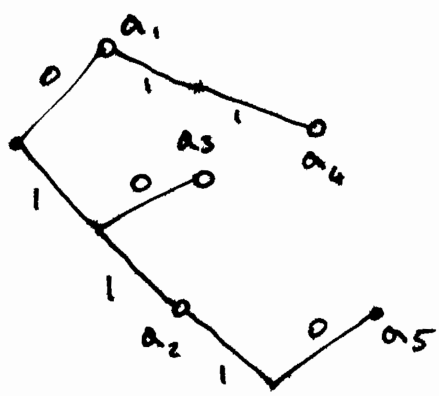
$\Pi = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.1, 0.3\}$ $\qquad T = 2\ \mu sec$

(a) $B_2 = \dfrac{\lg_2 5}{2 \cdot 10^{-6}} = \dfrac{1}{2}\lg_2 5 \ \ 10^6 = 1.1610$ Mbit/sec

$\mathcal{H}(\Pi) = 2.1710$ bit.

$R = \dfrac{\mathcal{H}(\Pi)}{T} = \dfrac{2.1710}{2} \cdot 10^6 = 1.0855$ Mbit/sec

(b) $B_1 = \{0, 11, 10, 011, 1110\}$



codice non a prefisso

$$\sum_{i=1}^{5} 2^{-l_i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} > 1$$

le lunghezze non sono compatibili con un codice univ. decod.

B_1 non è U.D.

(b) $B_2 = \{0, 01, 001, 0001, 00001\}$

codice non a prefisso poiché 0 è prefisso di 001, 000 0001.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} < 1$$

le lunghezze sono compatibili con un codice univ. decod.

Il codice non è U.D. poiché in una sequenza

$$\begin{array}{c|c}a_1 & a_3 \\ 0 & 001\end{array}$$

la decodifica può essere ambigua.

$$\begin{array}{c}a_4 \\ 0001\end{array}$$

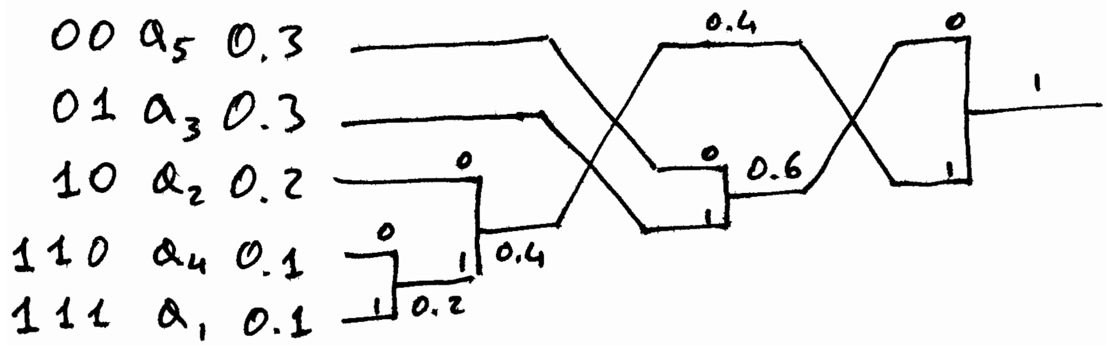
$$\begin{array}{c|c|c}a_1 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & 01\end{array}$$

(b) $B_3 = \{0, 10, 11, 101, 1001\}$

codice non a prefisso poiché 10 è prefisso di 101 e di 1001.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} > 1 \Rightarrow$$ il codice non può essere U.D.

(c) Usiamo l'alg. di Huffman per progettare un codice efficiente.

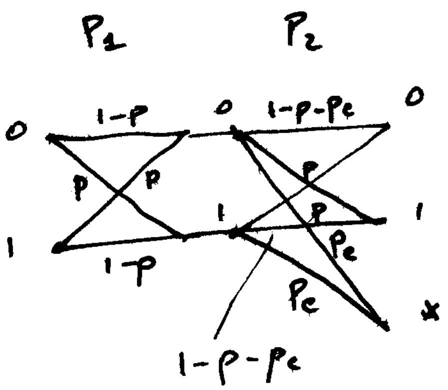


$$\mathcal{L} = \{3, 2, 2, 3, 2\}$$

$$\bar{L} = 3 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.3 = 2.2 \text{ bit.}$$

$$\eta = \frac{\mathcal{H}(\pi)}{\bar{L}} = \frac{2.1710}{2.2} = 0.9868$$

(4)



$p = 0.1$

$p_e = 0.02$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix} \qquad P_2 = \begin{bmatrix} 1-p-p_e & p & p_e \\ p & 1-p-p_e & p_e \end{bmatrix}$$

La cascata dei due canali dà

$$P_t = P_1 \cdot P_2 = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ p & 1-p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-p-p_e & p & p_e \\ p & 1-p-p_e & p_e \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (1-p)(1-p-p_e)+p^2 & (1-p)p + p(1-p-p_e) & (1-p)p_e + p\,p_e \\ p(1-p-p_e)+(1-p)p & p^2+(1-p)(1-p-p_e) & p\,p_e+(1-p)p_e \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-p_{et}-p_{ct} & p_{et} & p_{ct} \\ p_{et} & 1-p_{et}-p_{ct} & p_{ct} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.8020 & 0.1780 & 0.02 \\ 0.1780 & 0.8020 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$\Pr\{$in una stringa di 10 bit nessuno sia cancellato$\}$

$= (1 - P_{ct})^{10} = (0.98)^{10} = 0.8171$