prinf.5092011.1

SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI
FACOLTA' DI INGEGNERIA

SOLUZIONI

TELECOMUNICAZIONI 1
PROBABILITA' E INFORMAZIONE
Prof. F. Palmieri
Esame scritto
5 settembre 2011

1. Si considerino due partite di calcio. I risultati possibili per ognuna di esse sono 1,X,2. Assumendo indipendenza e distribuzioni marginali $\{0.4, 0.4, 0.2\}$, $\{0.3, 0.3, 0.4\}$, calcolare

(a) La probabilitá che entrambi le partite risultino in paritá;

(b) La probabilitche almeno un partita risulti in paritá;

(c) La probabilitá che la seconda partita sia stata vinta dalla squadra di casa una volta che ci é stato comunicato che essa non é risultata in paritá.

2. Due fabbriche A e B producono computer. Fabbrica A fornisce il 75% del mercato e produce mediamente un 10% di computer difettosi. Fabbrica B fornisce il resto ed é invece piú affidabile con solo il 5% di computer difettosi.

(a) Calcolare la probabilità che un computer acquistato sia difettoso;

(b) Calcolare la probabilità che da un lotto di 10 computer ce ne sia almeno uno difettoso.

(c) Calcolare la probabilitá che un computer difettoso provenga dalla Fabbrica B.

3. Data la sorgente $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$,
$\Pi = \{0.01, 0.01, 0.11, 0.02, 0.30, 0.55\}$ e i tre alfabeti di codice:
$\mathcal{B}_1 = \{0, 10, 011, 111, 1010, 1111\}$;
$\mathcal{B}_2 = \{011, 0111, 01111, 011111, 0111111, 01111111\}$;
$\mathcal{B}_3 = \{00, 01, 10, 1111, 11101, 1100\}$.

(a) Determinare per ogni codice se esso è univocamente decodificabile e spiegare perché;

(b) valutare l'efficienza dei codici univocamente decodificabili;

(c) proporre un codice più efficiente.

4. Si consideri la cascata di un canale binario simmetrico con $p_e = 0.03$ e di un canale con cancellazione con $p_e = 0.1$ e probabilitá di cancellazione $p_c = 0.05$.
2. Valutare il canale equivalente complessivo;
3. Valutare la probabilitá che il simbolo d'ingresso sia '0' se all'uscita si osserva una cancellazione. Si assumano probabilitá all'ingresso $\{1/2, 1/2\}$.

(1) reinf.5092011.2

$P1 \in \{1, X, 2\} \quad \pi_1 = \{0.4, 0.4, 0.2\}$

$P2 \in \{1, X, 2\} \quad \pi_2 = \{0.3, 0.3, 0.4\}$

(a) $Pr\{P1 = X, P2 = X\} = Pr\{P1 = X\} \cdot Pr\{P2 = X\} = 0.4 \cdot 0.3 = 0.12$

(b) $Pr\{P1 = X, P2 = 1\} + Pr\{P1 = X; P2 = X\} + Pr\{P1 = X; P_2 = 2\}$

$+ Pr\{P1 = 1, P2 = X\} + Pr\{P1 = 2, P_2 = X\}$

$= Pr\{P1 = X\} Pr\{P2 = 1\} + Pr\{P1 = X\} Pr\{P_2 = X\} + Pr\{P1 = X\} Pr\{P_2 = 2\}$

$+ Pr\{P1 = 1\} Pr\{P2 = X\} + Pr\{P1 = 2\} Pr\{P_2 = X\}$

$= \ldots$

(c) $Pr\{P_2 = 1 \mid P_2 \neq X\} = \dfrac{Pr\{P_2 = 1, P_2 \neq X\}}{Pr\{P_2 \neq X\}} = \dfrac{Pr\{P_2 = 1\}}{Pr\{P_2 = 1\} + Pr\{P_2 = 2\}}$

$= \dfrac{0.3}{0.3 + 0.4} = \dfrac{3}{7}$

(2) rif. 5092011.3

A

75% $P(A)=0.75$

$P(D|A)=0.1$

B

25% $P(B)=0.25$

$P(D|B)=0.05$

(a) $P(D)=P(D|A)P(A)+P(D|B)P(B)$

$= 0.1 \cdot 0.75 + 0.05 \cdot 0.25 = 0.088$

(b) n_D = numero di computer difettosi in un lotto di 10

$p_D = 0.088$

$P_r\{\text{almeno } n_D = 1\} = 1 - P_r\{\text{nessuno difettoso}\}$

$= 1-(1-p_D)^{10} = 0.6019$

(c) $P(B|D) = \dfrac{P(D|B)P(B)}{P(D)} = \dfrac{0.05 \cdot 0.25}{0.088}$

$= 0.1420$

(3)

$\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ $\quad H(\Pi) = 1.5915$ bit.

$\Pi = \{0.01, 0.01, 0.11, 0.02, 0.30, 0.55\}$

$B_1 = \{0, 10, 011, 111, 1010, 1111\}$

$B_2 = \{011, 0111, 01111, 011111, 0111111, 01111111\}$

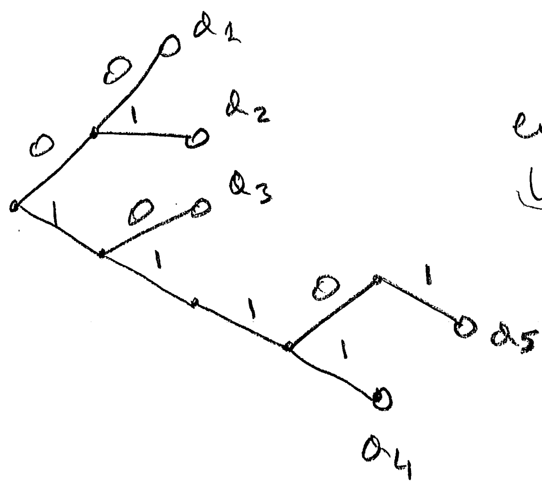
$B_3 = \{00, 01, 10, 1111, 11101, 1100\}$

- B_1 non è a prefisso e ambiguo perché per esempio la sequenza 101010 potrebbe essere decodificata come
  $a_2 a_2 a_2$ o
  $a_2 a_5$
  $a_5 a_2$ .....

Quindi B_1 non è UD.

- B_2 è univocamente decodificabile e istantaneo poiché il simbolo 0 fa da simbolo di separazione.

- B_3

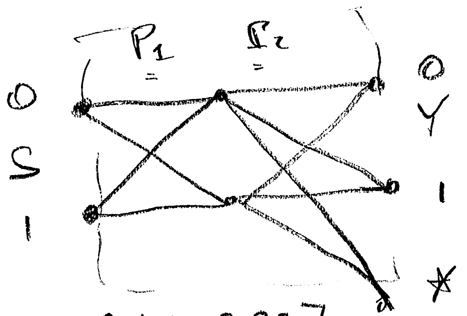


codice a prefisso UD.

$\mathcal{L} = \{2, 2, 2, 4, 5, 4\}$ $\quad \bar{L} = 4.04$ bit.

$\eta = \dfrac{H(\Pi)}{\bar{L}} = 0.3909$ poco efficiente.

(4)



$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.97 & 0.03 \\ 0.03 & 0.97 \end{bmatrix} \qquad P_2 = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.1 & 0.05 \\ 0.1 & 0.85 & 0.05 \end{bmatrix}$$

$$\underline{P_t} = \underline{P_1} \cdot \underline{P_2} = \begin{bmatrix} 0.8275 & 0.1225 & 0.0500 \\ 0.1225 & 0.8275 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

$$P\{S=0 \mid Y=*\} = \frac{P\{Y=* \mid S=0\}\, P(S=0\}}{P\{Y=*\}}$$

$$P\{Y=*\} = P_r\{Y=* \mid S=0\}\tfrac{1}{2} + P_r\{Y=* \mid S=1\}\tfrac{1}{2}$$

$$= 0.0500$$

$$P(S=0 \mid Y=*) = \frac{\cancel{0.0500}}{\cancel{0.0500}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$