28/11/11 . 1

SECONDA UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI NAPOLI
FACOLTA' DI INGEGNERIA

TELECOMUNICAZIONI 1
PROBABILITA' E INFORMAZIONE
Prof. F. Palmieri
Esame scritto
28 novembre 2011

SOLUZIONI

1. Si considerino due partite di calcio. I risultati possibili per ognuna di esse sono 1,X,2. Assumendo indipendenza e distribuzioni marginali $\{0.3, 0.4, 0.3\}$, $\{0.7, 0.2, 0.1\}$, calcolare

(a) La probabilitá che nessuna delle partite risulti in paritá;

(b) La probabilitche almeno un partita risulti annullata;

(c) La probabilitá che la prima partita sia finita in paritá una volta che ci é stato comunicato che li la squadra di casa non ha vinto.

2. Due fabbriche A e B producono telefonini. Fabbrica A fornisce il 65% del mercato e produce mediamente un 15% di telefonini difettosi. Fabbrica B fornisce il resto ed é invece piú affidabile con solo il 10% di telefonini difettosi.

(a) Calcolare la probabilità che un telefonino acquistato sia difettoso;

(b) Calcolare la probabilità che da un lotto di 23 telefonini ce ne siano almeno ~~uno~~ due difettosi

(c) Calcolare la probabilitá che un telefonino non difettoso provenga dalla Fabbrica B.

3. Data la sorgente $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$,
$\Pi = \{0.01, 0.02, 0.1, 0.02, 0.32, 0.53\}$ e i tre alfabeti di codice:
$\mathcal{B}_1 = \{0, 10, 011, 111, 1010, 1111\}$;
$\mathcal{B}_2 = \{011, 0111, 01111, 011111, 0111111, 01111111\}$;
$\mathcal{B}_3 = \{00, 01, 10, 11011, 11101, 11010\}$.

(a) Determinare per ogni codice se esso è univocamente decodificabile e spiegare perché;

(b) valutare l'efficienza dei codici univocamente decodificabili;

(c) proporre un codice più efficiente.

4. In una comunicazione con codice Morse (punto, linea, spazio), linea e punto possono entrambi confondersi con lo spazio, e viceversa, con probabilitá pari a 0.05. Il punto puó essere confuso con la linea con probabilitá 0.03 e la linea puó essere confusa con il punto con probabilitá 0.01. Si supponga che punto e linea si presentino con probabilitá 0.45 e lo spazio con probabilitá 0.1.

(a) Valutare la probabilitá che in una sequenza ricevuta di 3 caratteri ci sia almeno un errore;

(b) Valutare in una lunga sequenza quanti spazi sono mediamente errati.

reinf. 28/11/11 . 2

① $A \in \{1, X, 2\}$ $B \in \{1, X, 2\}$

$\pi_A = \{0.3, 0.4, 0.3\}$ $\pi_B = \{0.7, 0.2, 0.1\}$

A	B	Pr.
1	1	0.21
1	X	0.06
1	2	0.03
X	1	0.28
X	X	0.08
X	2	0.04
2	1	0.21
2	X	0.06
2	2	0.03

(a)

$Pr\{\text{nessun pareggio}\} = Pr\{A \neq X, B \neq X\} = Pr\{A=1, B=1\} + Pr\{A=1, B=2\} + Pr\{A=2, B=2\} = 0.21 + 0.03 + 0.21 + 0.03 = 0.48$

(b) $Pr\{\text{almeno una partita è annullata}\} = 0$

$A = \text{annullata} = \emptyset$ insieme vuoto

$B = \text{annullata} = \emptyset$ " "

(c) $Pr\{A = X \mid A \neq 1\} = \dfrac{Pr\{A = X, A \neq 1\}}{Pr\{A \neq 1\}} = \dfrac{Pr\{A = X\}}{1 - Pr\{A = 1\}} = \dfrac{0.4}{0.7} = \dfrac{4}{7}$

(2.) $A \quad P_r(A) = 0.65 \quad P_r\{D|A\} = 0.15$ reinf 28/11/11 . 3

$B \quad P_r(B) = 0.35 \quad P_r\{D|B\} = 0.10$

(a) $P_r\{D\} = P_r\{D|A\}P_r(A) + P_r\{D|B\}P_r\{B\}$

$= 0.15 \cdot 0.65 + 0.10 \cdot 0.35 = 0.1325 = p_D$

(b) $P_r\{$in un lotto di 23 telefonini ce ne sono almeno due difettosi$\}$:

$= P_r\{$2 difettosi su 23$\} + P_r\{$3 difettosi su 23$\} + \ldots + P_r\{$23 difett. su 23$\}$

$= 1 - (P_r\{$nessun difettoso su 23$\} + P_r\{$1 difettoso su 23$\})$

$= 1 - \left(\binom{23}{0} p_D^0 (1-p_D)^{23} + \binom{23}{1} p_D^1 (1-p_D)^{22}\right)$

$= 1 - (1-p_D)^{23} - 23 \cdot p_D (1-p_D)^{22} = 0.8283$

(c) $P_r\{B|\bar{D}\} = \dfrac{P_r\{\bar{D}|B\}P(B)}{P(\bar{D})} = \dfrac{(1-P(D|B))P(B)}{1-P(D)} = \dfrac{0.9 \cdot 0.35}{0.8675} = 0.3631$

(3.) $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$

$\Pi = \{0.01, 0.02, 0.1, 0.02, 0.32, 0.53\}$

$H(\pi) = 1.6359$ bit.

(a)(b)

$B_1 = \{0, 10, 011, 111, 1010, 1111\}$

non è un codice a prefisso perché 0 è prefisso di 011

$L_1 = \{1, 2, 3, 3, 4, 4\}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4} = 1.1250 > 1$ non può essere un codice U.D.

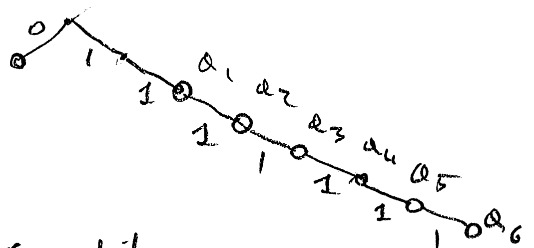
$B_2 = \{011, 0111, 01111, 011111, 0111111, 01111111\}$

$L_2 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

codice non a prefisso.

$\frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} < 1$

codice istantaneo perché 0 fa da "separatore"



$\overline{L_2} = 7.21$ bit

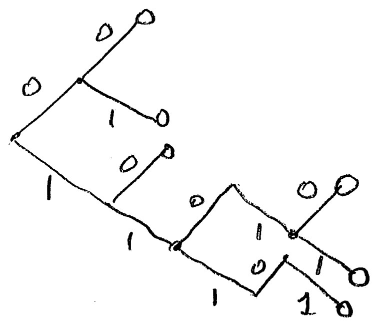
$\eta_2 = \frac{H(\pi)}{\overline{L_2}} = 0.2269$

$B_3 = \{00, 01, 10, 11011, 11101, 11010\}$

$L_3 = \{2, 2, 2, 5, 5, 5\}$

$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^5} = 0.8438 < 1$

lungh. compatibili con codice U.D.



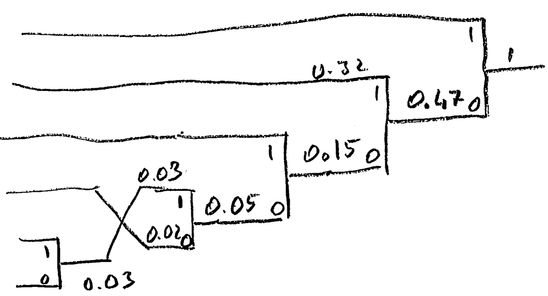
codice a prefisso.

$\bar{L}_3 = 4.61$ bit.

$$\eta_3 = \frac{H(\pi)}{\bar{L}_3} = 0.3544$$

(c)

1	a_6	0.53
01	a_5	0.32
001	a_3	0.1
0000	a_4	0.02
00011	a_2	0.02
00010	a_1	0.01



$$B_4 = \{00010, 00011, 001, 0000, 01, 1\}$$

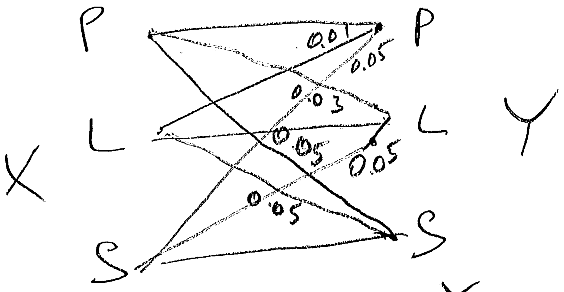
$$\ell_4 = \{5, 5, 3, 4, 2, 1\}$$

$\bar{L}_4 = 1.7000$ bit.

$$\eta_4 = \frac{H(\pi)}{\bar{L}_4} = 0.9623$$

(4.) $X = \{$Punto, Linea, Spazio$\}$

$Y = \{$Punto, Linea, Spazio$\}$



(a)

$$\begin{array}{cc|ccc|} & & & Y & \\ & & P & L & S \\ \hline & P & 0.92 & 0.03 & 0.05 \\ X & L & 0.01 & 0.94 & 0.05 \\ & S & 0.05 & 0.05 & 0.9 \end{array}$$

$\underline{\underline{P}}_c$

$\Pi_x = \{0.45, 0.45, 0.1\}$

$P\{errore\} = 1 - p_c = 1 - (\text{diag}\ \underline{\underline{P}}_c)^T \cdot \Pi_x = 1 - 0.9270 = 0.073$

$P_r\{$su 3 caratteri almeno 1 errore$\} = 1 - P_r\{$su 3 caratteri nessun errore$\}$

$= 1 - (1 - p_e)^3 = 0.2034$

(b) $P_r\{errore \mid S\} = P_r\{Y = L \mid S\} + P_r\{Y = P \mid S\} = 0.05 + 0.05 = 0.1$

10% di spazi errati.